「A History of Abstract Algebra」勉強会…第 12 回
(p21-22)
2 History of Group Theory
2.1.4 Analysis 解析

1874 年、リーは連続変換群の一般理論を導入しました。本質的に私たちが今日リー群と呼ぶもの。そのような群は、
変換 $x'_i = f_i(x_1, x_2, . . . , x_n, a_1, a_2, . . . , a_n), i = 1, 2, . . . , n,$
によって表される。ここで fi は x_i と a_i の解析関数です（a_i はパラメーターで、x_i と a_i の両方とも実数または複素数）。たとえば、x' =（ax + b）/（cx + d）、ただし a,b,c,d は実数で adーbc /= 0、で与えられる変換は連続変換群を定義します。

リーは自分自身をアベルとガロアの後継者と考え、代数方程式に対して彼らが行ったものを微分方程式に対して行った。古い方法で解かれた微分方程式のほとんどすべてが、容易に構成できる連続群の元で不変のままである、ということを観察することによって、リーの研究が引き出された。彼は与えられた連続群の下で不変のままである微分方程式を一般的に考察し、与えられた群（ガロア理論を参照）の既知の諸性質から帰結することを用いてこれらの微分方程式を可能な限り単純化してみるという新しい眼差しを立てた。リーは「微分方程式のガロア理論」の実際の定式化に成功しませんでしたが、彼の研究は Picard（1883-1887）および Vessiot（1892）によるこのような理論のその後の公式化を基礎付けるものだった。

ポアンカレとクラインは、1876 年頃に「保型関数」とそれらに結びついた群で研究を始めました。保型関数（三角関数、双曲線関数、楕円関数、およびその他の初等的な解析関数の一般化である）は、ある領域 D で解析的である複素変数 z の関数の関数であり、その関数は、変換群 x' =（ax + b）/（cx + d）、(a,b,c,d は実数または複素数、adーbc /= 0）
の下で、またはこの群の何らかの部分群の下で不変である。さらに、問題としている群は「不連続」でなければなりません。つまり、任意のコンパクト領域は任意の点の有限個のみ多くの変換を含む。

そのような群の例はモジュラー群（a、b、c、d は整数で、ad － bc = 1）です。モジュラー群は楕円モジュラー関数に関連付けられていて、フクシアン保型関数に関連付けられているフクシアン群（a、b、c、d は実数で、ad － bc = 1）である。クラインのエルランゲンプログラムの場合と同様に、次のセクションで、群論に対するこれらの研究のもたらしたものを探求しよう。